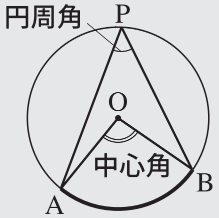
# 第35講・円周角の定理

## 例題 1　円周角の定理①

**ポイント**

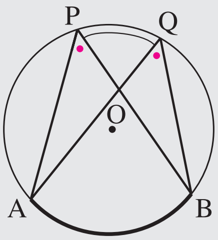
● 円Oにおいて，右の図のように円周上に点Pをとるとき，∠APBを$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角（えんしゅうかく）という

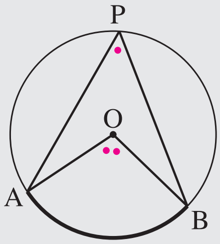



● 円周角の定理

1　同じ弧に対する円周角は等しい

2　円周角は，その弧に対する中心角の半分である

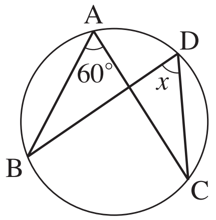


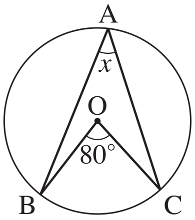

**問題**

次の図で，$\angle x$の大きさを求めなさい。

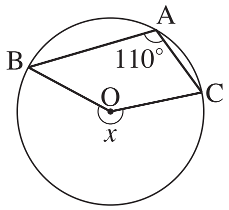
(1)




(2)




(3)



**解答**

(1) $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいので

$\angle x = \mathbf{60^\circ}$　**･･･(答)**

(2) 円周角は中心角の半分だから

$\angle x = 80^\circ \times \dfrac{1}{2}$

$= \mathbf{40^\circ}$　**･･･(答)**

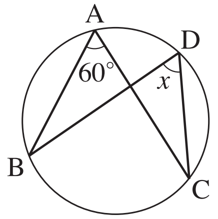
(3) 中心角は円周角の 2 倍だから

$\angle x = 110^\circ \times 2$

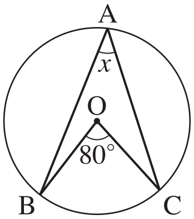
$= \mathbf{220^\circ}$　**･･･(答)**

**MEMO**

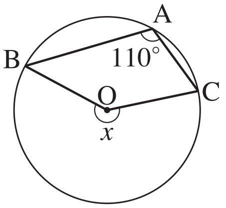
(1)




(2)



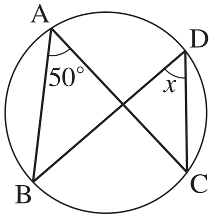

(3)



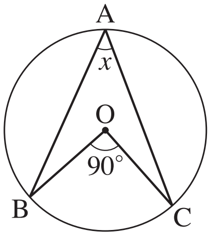

## 確認テスト 1

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

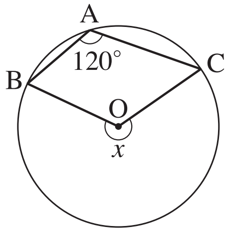
(1)




(2)




(3)

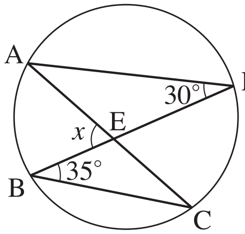


## 例題 2　円周角の定理②

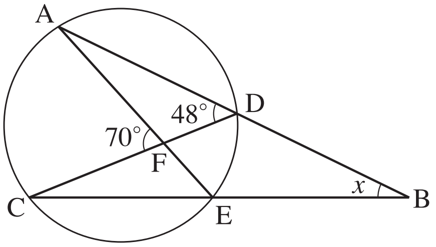
**問題**

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

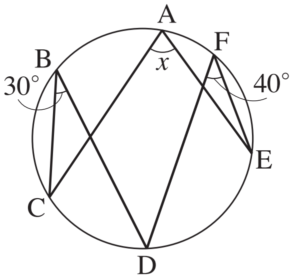
(1)




(2)



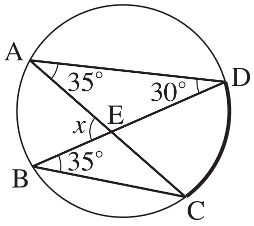

(3)




**解答**

**MEMO**

(1)




$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する円周角は等しいので

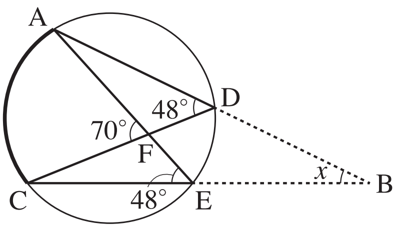
$\angle \mathrm{CAD} = \angle \mathrm{CBD} = 35°$

三角形の内角と外角の性質より

$35° + 30° = \angle x$

$\angle x = \mathbf{65°}$　…(答)

(2)




$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいので

$\angle AEC = \angle ADC = 48^\circ$

$\triangle AFD$ について，三角形の内角と外角の性質より

$\angle FAD + 48^\circ = 70^\circ$

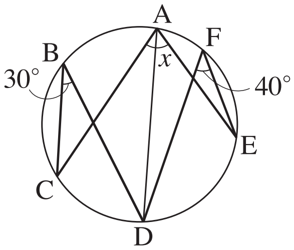
$\angle FAD = 22^\circ$

同様に，$\triangle AEB$ について

$\angle x + 22^\circ = 48^\circ$

$\angle x = \mathbf{26^\circ}$　**…(答)**

(3)




2 点 A，D を結ぶ。同じ弧に対する円周角は等しいので

$\angle x = \angle CAD + \angle DAE$

$= \angle CBD + \angle DFE$

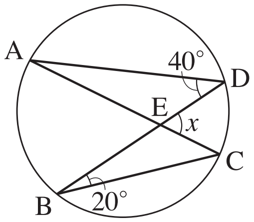
$= 30^\circ + 40^\circ$

$= \mathbf{70^\circ}$　**…(答)**

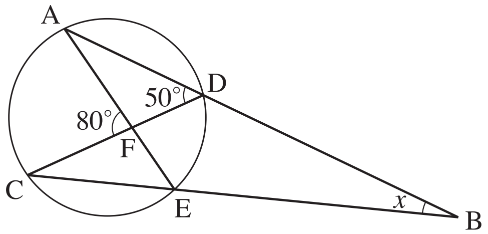
## 確認テスト 2

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

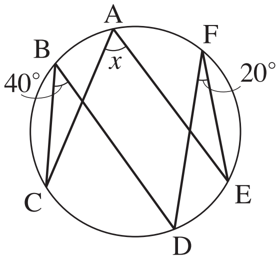
(1)




(2)




(3)



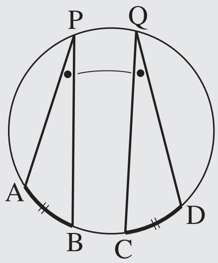

## 例題 3　弧の長さと円周角①

**ポイント**

● 1 つの円において，円周角と弧の間では次の関係が成り立つ

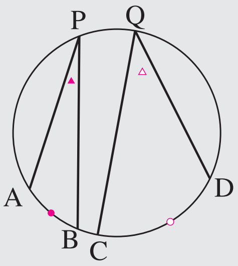
1　等しい円周角に対する弧の長さは等しい

2　等しい長さの弧に対する円周角は等しい




● 1 つの円において，中心角の大きさと弧の長さは比例することから，円周角と弧の長さの間に次の比例式が成り立つ

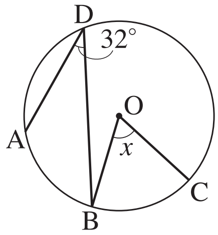
$\angle APB : \angle CQD = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}$
▲　△　●　○



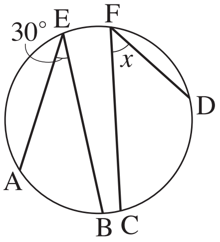
**問題**

次の問いに答えなさい。

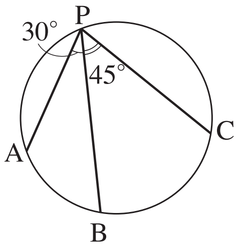
(1)　次の図について，$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



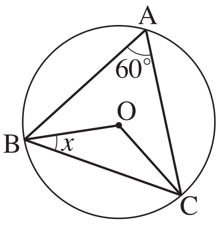

(2)　次の図について，$\overset{\frown}{AB} = 6$ cm，$\overset{\frown}{CD} = 9$ cm のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。




(3)　次の図について，$\overset{\frown}{AB} = 14$ cm のとき，$\overset{\frown}{BC}$ の長さを求めなさい。

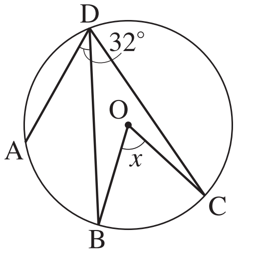



(4)　次の図について，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



解答

(1)




$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$ より，等しい弧に対する円周角は等しいので

$\angle ADB = \angle BDC = 32°$

中心角は円周角の 2 倍だから

$\angle x = 32° \times 2$

$= \mathbf{64°}$　…(答)

(2) $\overset{\frown}{AB} = 6$ cm，$\overset{\frown}{CD} = 9$ cm より

$\angle AEB : \angle CFD = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}$

$30° : \angle x = 6 : 9$

$\angle x \times 6 = 270°$

$\angle x = \mathbf{45°}$　…(答)

(3) $\overset{\frown}{AB} = 14$ cm より，$\overset{\frown}{BC}$ の長さを $x$ cm とおくと

$\angle APB : \angle BPC = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC}$

$30° : 45° = 14 : x$

$30° \times x = 45° \times 14$

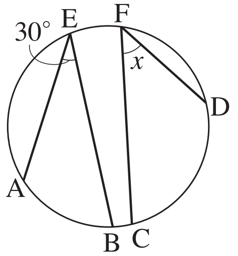
$x = 21$

よって

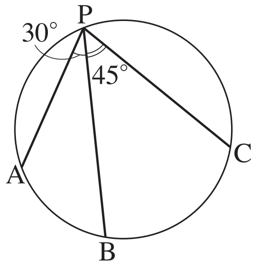
**21 cm**　…(答)

MEMO

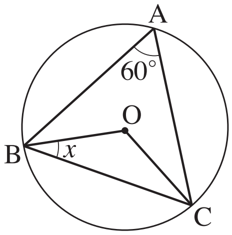
(2)




(3)



(4)




OB，OC はともに円 O の半径だから，△OBC は OB = OC の二等辺三角形である。したがって

$\angle OBC = \angle OCB = \angle x$

中心角は円周角の 2 倍だから

$\angle BOC = 60^\circ \times 2$

$= 120^\circ$

よって

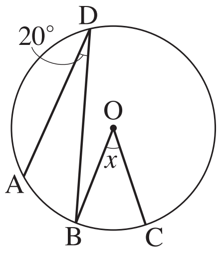
$\angle x = (180^\circ - 120^\circ) \div 2$

$= \mathbf{30^\circ}$　・・・(答)

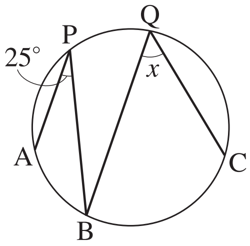
## 確認テスト 3

次の問いに答えなさい。

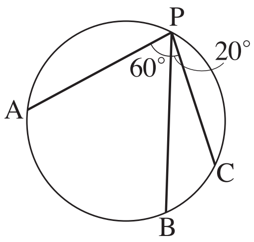
(1) 次の図について，$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



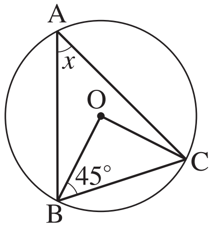

(2) 次の図について，$\overset{\frown}{AB} = 4$ cm，$\overset{\frown}{BC} = 8$ cm のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。




(3) 次の図について，$\overset{\frown}{AB} = 21$ cm のとき，$\overset{\frown}{BC}$ の長さを求めなさい。




(4) 次の図について，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

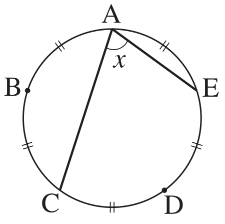


## 例題 4　弧の長さと円周角②

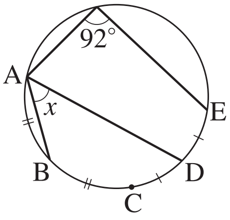
**問題**

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)　$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{EA}$




(2)　$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE}$

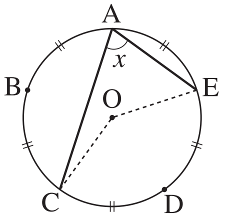



**ポイント**

● 弧の長さの関係が与えられている円 → 弧の長さの比と円周角（中心角）の大きさが比例することを利用して求める

**解答**

(1)




円の中心を O として，点 C，E と点 O をそれぞれ結ぶ。等しい弧に対する中心角の大きさは等しいので

$$\angle COE = 360^\circ \times \frac{2}{5}$$
$$= 144^\circ$$

円周角は中心角の半分だから

$$\angle x = 144^\circ \times \frac{1}{2}$$
$$= 72^\circ \quad \cdots(\text{答})$$

MEMO

(2)　$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE}$ より

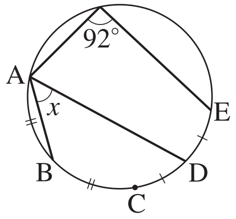
$$\begin{aligned}\overset{\frown}{AE} &= \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DE}\\ &= \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{CD}\\ &= 2(\overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD})\\ &= 2\overset{\frown}{BD}\end{aligned}$$

したがって，円周角の大きさと弧の長さは比例するので

$$\begin{aligned}92^\circ : \angle x &= 2 : 1\\ 2 \times \angle x &= 92^\circ\\ \angle x &= \mathbf{46^\circ}\end{aligned}$$

…(答)

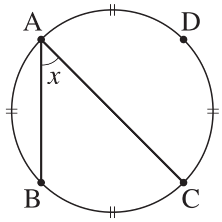
(2)



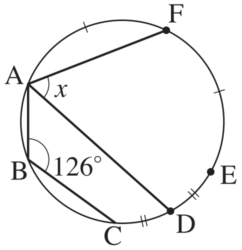

## 確認テスト 4

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)　$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DA}$



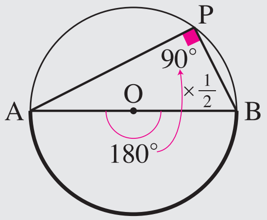

(2)　$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE}$，$\overset{\frown}{EF} = \overset{\frown}{FA}$



## 例題 5　直径と円周角

ポイント

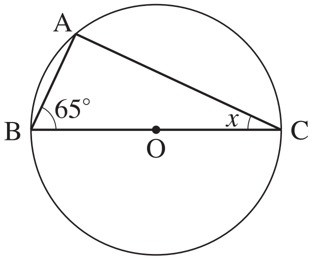
● 右の図のように，半円の弧に対する円周角は 90° となる



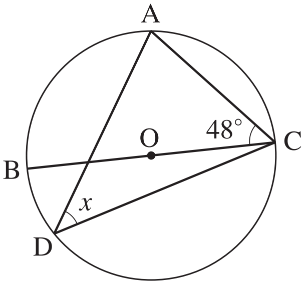

問題

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。なお，点 O は円の中心とする。

(1)




(2)




解答

(1)　半円の弧に対する円周角は 90° だから

$\angle BAC = 90°$

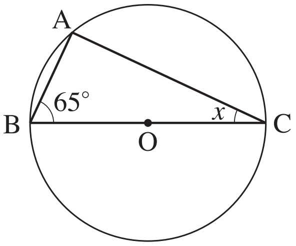
$\triangle ABC$ の内角の和は 180° だから

$\angle x = 180° - 90° - 65°$

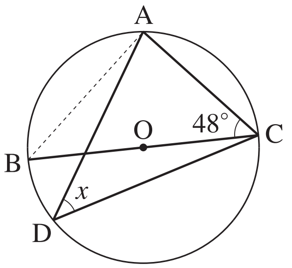
$= \mathbf{25°}$　…(答)

MEMO

(1)



(2)




2 点 A，B を結ぶと，半円の弧に対する円周角は 90° だから

$\angle BAC = 90°$

$\triangle ABC$ の内角の和は 180° だから

$\angle ABC = 180° - 90° - 48°$

$= 42°$

等しい弧に対する円周角は等しいので

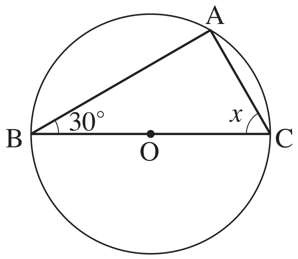
$\angle x = \angle ABC$

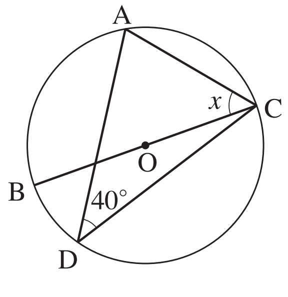
$=$ **42°**　**…(答)**

## 確認テスト 5

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。なお，点 O は円の中心とする。

(1)




(2)